3) $\forall n \in \mathbb{N}$; $V_n = \sum_{k=0}^{n} f(U_k)$

$= \sum_{k=0}^{n} U_{k+1} - U_k$

$= (U_1 - U_0) + (U_2 - U_1) + \dots + (U_{n+1} - U_n)$

$= U_{n+1} - U_0$

$= \boxed{U_{n+1} - 1}$

$\lim_{n \to +\infty} V_n = \lim_{n \to +\infty} \underbrace{U_{n+1}}_{4} - 1 = \boxed{3}$

4°) $\forall k \in \mathbb{N}$ $U_{k+1} + U_k = g(U_k) + U_k$

or $0 \leqslant U_k \leqslant 4$

et $2 \leqslant g(U_k) \leqslant 4$

$\Rightarrow$ $2 \leqslant g(U_k) + U_k \leqslant 8$

Ainsi $\boxed{U_{k+1} + U_k \geqslant 2 \quad \forall k \in \mathbb{N}}$